

国庆营 · 第一套 NOIP 模拟赛

比赛时间：2026 年 10 月 2 日 8:30-13:00（北京时间）。

共四题，每题 100 分，总分 400 分。每题有 20 个测试点，每个测试点 5 分。

题号	题目
T1	称重
T2	最长上升子序列
T3	局部函数
T4	区间加 lowbit 区间加区间求和

附加样例在随附的 `down/` 目录中。

T1 称重（weight）

时间限制：1 秒。内存限制：512 MB。

题目描述

有 n 件物品按顺序排成一行，每件物品的重量都是 0 到 H 之间的整数。

现有 $n - 1$ 条称重记录，第 i 条记录记载：第 i 件和第 $i + 1$ 件物品的重量之和为 b_i 。这些记录可能互相矛盾。你可以删除其中的一些记录，使剩下的记录都能成立。

具体地，删除后必须存在一组整数重量 $w_1, \dots, w_n$ ，满足 $0 \leq w_i \leq H$ ，且每条保留的记录 i 都满足 $w_i + w_{i+1} = b_i$ 。

求最少需要删除多少条记录。

输入格式

第一行包含两个整数 n, H 。

若 $n > 1$ ，第二行包含 $n - 1$ 个整数 $b_1, \dots, b_{n-1}$ 。

输出格式

输出一个整数，表示最少需要删除的记录数。

样例

输入：

```
5 1
0 2 0 2
```

输出：

```
2
```

样例解释

删除第二、第四条记录，并令所有物品的重量均为 0，剩下的记录就能成立。最少需要删除两条记录。

附加样例 `weight2.in/.ans`、`weight3.in/.ans` 分别满足测试点 9 ~ 13、16 ~ 20 的限制。

数据范围

测试点编号	$n \leq$	$H \leq$
1—2	5	1
3—4	20	10^9
5—6	200	200
7—8	2000	2000
9—13	3000	10^9
14	2×10^5	1
15	2×10^5	2
16—20	2×10^5	10^9

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq H \leq 10^9$ ， $0 \leq b_i \leq 2H$ 。所有输入数值均为整数。

T2 最长上升子序列 (lis)

时间限制：1 秒。内存限制：512 MB。

题目描述

给定 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列 a 。对每个 $i = 1, 2, \dots, n-1$ ，交换 a_i 与 a_{i+1} ，求交换后排列的最长严格上升子序列长度。

各次交换相互独立，每次都从原排列开始。

子序列由若干位置按从左到右的顺序选出，位置不必连续；严格上升指选出的数依次增大。

输入格式

第一行包含一个整数 n 。

第二行包含 n 个整数，表示排列 a 。

输出格式

按交换位置 i 从小到大的顺序，输出 $n-1$ 个答案。

样例

输入：

```
4
1 3 2 4
```

输出：

```
3 4 3
```

样例解释

交换中间两个数，得到 $(1, 2, 3, 4)$ ，答案为 4。另外两次交换分别得到 $(3, 1, 2, 4)$ 和 $(1, 3, 4, 2)$ ，最长上升子序列长度都是 3。

附加样例 `lis2.in/.ans`、`lis3.in/.ans`、`lis4.in/.ans` 分别满足测试点 9 ~ 11、12 ~ 13、14 ~ 20 的限制。

数据范围

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1—2	9	无
3—4	200	无
5—6	2000	无
7—8	6000	无
9—11	2×10^5	A
12—13	2×10^5	B
14—20	2×10^5	无

对于所有测试点， $2 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， a 是 1 至 n 的排列。

特殊性质 A：原排列的最长严格上升子序列长度不超过 10。

特殊性质 B：原排列的最长严格上升子序列按所选位置区分时，恰好只有一种。

T3 局部函数（function）

时间限制：2 秒。内存限制：512 MB。

题目描述

有 n 个寄存器排成一行，第 i 个寄存器的初值为 $a_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 。两端各有一个额外的寄存器，编号为 0 和 $n+1$ ，值始终为 1，不参与刷新。

对于每个 $1 \leq i \leq n$ ，给定函数 $g_i : \{1, 2, 3, 4\}^2 \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ （即，输入两个 $1 \sim 4$ 的整数，输出一个 $1 \sim 4$ 的整数的函数）。刷新第 i 个寄存器时，读取左右相邻寄存器的当前值 x, y ，将它的值改为 $g_i(x, y)$ 。其他寄存器的值不变。

选择 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列，按此顺序将每个内部寄存器恰好刷新一次。求能得到多少个不同的最终序列，答案对 998244353 取模。

最终序列只包含编号 1 至 n 的寄存器。不同刷新顺序得到相同的最终序列，只计一种结果。

输入格式

第一行包含一个整数 n 。

第二行包含 n 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

接下来 n 行，第 i 行包含 16 个整数，依次为 $g_i(1, 1), g_i(1, 2), \dots, g_i(1, 4), g_i(2, 1), \dots, g_i(4, 4)$ ，即先按第一个参数递增，再按第二个参数递增。

输出格式

输出一个整数，表示不同最终序列的数量对 998244353 取模后的值。

样例

输入：

```
3
1 2 1
1 2 3 4 2 1 4 3 3 4 1 2 4 3 2 1
1 2 3 4 2 1 4 3 3 4 1 2 4 3 2 1
1 2 3 4 2 1 4 3 3 4 1 2 4 3 2 1
```

输出：

```
3
```

样例解释

当刷新顺序为 $(1, 2, 3)$ 或 $(3, 2, 1)$ 时，最终序列为 $(2, 2, 2)$ ；当顺序为 $(1, 3, 2)$ 或 $(3, 1, 2)$ 时，最终序列为 $(2, 1, 2)$ ；当顺序为 $(2, 1, 3)$ 或 $(2, 3, 1)$ 时，最终序列为 $(1, 1, 1)$ 。六种顺序共得到三种结果，答案为 3。

附加样例对应的数据范围如下：

- `function2.in/.ans`：满足测试点 7 ~ 9 的限制，还满足特殊性质 C 。
- `function3.in/.ans`：满足测试点 10 ~ 11 的限制。
- `function4.in/.ans`：满足测试点 12 ~ 13 的限制。
- `function5.in/.ans`：满足测试点 17 ~ 20 的限制。

数据范围

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1—3	8	无
4—6	20	无
7—9	100	无
10—11	2×10^5	A
12—13	2×10^5	B
14—16	2×10^5	C
17—20	2×10^5	无

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $a_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 。对于每个 $1 \leq i \leq n$ 及任意 $x, y \in \{1, 2, 3, 4\}$ ，都有 $g_i(x, y) \in \{1, 2, 3, 4\}$ 。

特殊性质 A ：对于所有 i 及任意 $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ ，都有 $g_i(x, 1) = g_i(x, 2) = g_i(x, 3) = g_i(x, 4)$ 。

特殊性质 B ：对于所有 i 及任意 $x, y \in \{1, 2, 3, 4\}$ ，都有 $g_i(x, y) = \max(x, y)$ 。

特殊性质 C ：所有初值均属于 $\{1, 2\}$ ，且对所有 i 及任意 $x, y \in \{1, 2\}$ ，都有 $g_i(x, y) \in \{1, 2\}$ 。

T4 区间加 lowbit 区间加区间求和（rplrprq）

时间限制：1.5 秒。内存限制：512 MB。

题目描述

给定长度为 n 的正整数序列 a 。对于正整数 x ，定义 $\text{lowbit}(x)$ 为 x 的二进制表示中最低位的 1 所代表的数值。例如，12 的二进制表示为 **1100**，所以 $\text{lowbit}(12) = 4$ 。

依次执行 q 次操作。每次操作给出类型 t 和下标区间 $[l, r]$ ：

- $t = 1$ ：将区间内每个 a_i 改为 $a_i + \text{lowbit}(a_i)$ 。
- $t = 2$ ：将区间内每个 a_i 加 1。
- $t = 3$ ：输出区间内所有数的和。

每次修改立即生效，后续操作使用修改后的序列。保证初始以及每次操作后均有 $1 \leq a_i < 2^{50}$ 。

输入格式

第一行包含两个整数 n, q 。

第二行包含 n 个整数 $a_1, \dots, a_n$ 。

接下来 q 行，每行包含三个整数 t, l, r 。

输出格式

对每个类型为 3 的操作，输出一行一个整数，表示当前区间和。

样例

输入：

```
4 5
1 3 4 6
3 1 4
1 1 3
3 1 4
2 2 4
3 2 4
```

输出：

```
14
20
21
```

样例解释

初始总和为 14。两次修改后，序列依次变为 (2, 4, 8, 6)、(2, 5, 9, 7)，后两次查询的答案分别为 20, 21。

附加样例 `rplrprq2.in/.ans`、`rplrprq3.in/.ans`、`rplrprq4.in/.ans`、`rplrprq5.in/.ans` 分别满足测试点 1 ~ 2、5 ~ 7、8 ~ 10、19 ~ 20 的限制。

数据范围

测试点编号	$n \leq$	$q \leq$	特殊性质
1—2	2000	2000	无
3	5×10^5	3×10^5	A
4	5×10^5	3×10^5	B
5—7	5×10^5	3×10^5	C
8—10	5×10^5	3×10^5	D
11	3×10^4	3×10^4	无
12	5×10^4	5×10^4	无
13—16	10^5	10^5	无
17—18	5×10^5	2×10^5	无
19—20	5×10^5	3×10^5	无

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq q \leq 3 \times 10^5$ ， $1 \leq t \leq 3$ ， $1 \leq l \leq r \leq n$ 。初始及每次操作后均有 $1 \leq a_i < 2^{50}$ ，所有输入数均为整数。

特殊性质 A：每个类型为 1 或 2 的操作均满足 $l = r$ 。

特殊性质 B：不存在类型为 1 的操作。

特殊性质 C：不存在类型为 2 的操作。

特殊性质 D：每个类型为 1 或 2 的操作均满足 $l = 1, r = n$ 。